

Ein zauberhafter Farbwürfel

Die übersichtliche Darstellung der spektralen Farbfolgen an Komplementärkontrasten

Marc Müller (April 2010)

Die Entdeckung der unordentlichen Spektren

Wer durch ein Prisma auf einen Schwarz-Weiß-Kontrast blickt, wie ihn Abbildung 1 zeigt, sieht den Kontrast nicht nur zur Seite hin verrückt, sondern außerdem in ein wohlgeordnetes, farbiges Spektrum „verwandelt“. Im Fall des ersten Kontrastes, wo eine weiße Figur in schwarzem (Um-)Feld liegt, erscheint bei geeignet gewählten Beobachtungsabständen die Farbfolge Rot, Gelb, Grün, Türkis und Blau; im Fall des invertierten Kontrastes, wo Figur- und Feldfarbe vertauscht sind, erscheint die Farbfolge Türkis, Blau, Purpur, Rot und Gelb. Die beiden prismatischen Spektren – zuweilen auch „Newtonspektrum“ und „Goethespektrum“ genannt – sind zueinander farblich komplementär.

Ingo Nussbaumer hat mit einem brillanten Vorschlag, den er in seinem 2008 veröffentlichten Buch „Zur Farbenlehre“ akribisch ausführt, die natürliche Vielfalt dieser ästhetischen Farbfolgen erweitert: Anstatt die beiden inversen Kontraste nur in den *unbunten*, zueinander komplementären Farben Schwarz und Weiß einzufärben, kümmert er sich auch um Kontraste zwischen *bunten* komplementären Farben. Nahe liegender Weise orientiert sich Nussbaumer an den beiden oben angesprochenen Spektren, die er *ordentliche* Spektren nennt. Somit kommen mit Grün & Purpur, Blau & Gelb und Rot & Türkis drei weitere Farbpaaire ins Spiel, mit denen sich sechs weitere Kontrastbilder einfärben lassen. Nussbaumer betrachtet nun auch diese bunten Komplementärkontraste durchs Prisma hindurch und bemerkt, dass neue, aber wieder wohlgeordnete farbige Spektren erscheinen (vgl. Abb. 1). Er hat, wie es der Untertitel seines Buches ausdrückt, die *unordentlichen* Spektren entdeckt.

Nussbaumer führt in geradezu atemberaubender Weise vor, dass der gesamte Phänomenkomplex der insgesamt acht Komplementärkontrastspektren in höchstem Grade symmetrisch organisiert ist. Das betrifft auch die Farbfolgen selbst: Nicht nur die komplementären Farbfolgen der beiden ordentlichen Spektren lassen sich so, wie es schon Goethe vorschlug, in einem gemeinsamen Farbkreis überschaubar darstellen. Auch die unordentlichen Spektren ergeben paarweise solche Farbkreise (weiter Abb. 1). Zu dem gewöhnlichen Farbkreis der spektralen Lichtfarben kommen also drei weitere, ungewöhnliche Farbkreise hinzu. Dort tauchen dann neben den sechs bunten Farben (Purpur, Rot, Gelb, Grün, Türkis und Blau) vollkommen gleichberechtigt die beiden unbunten Farben (Schwarz und Weiß) auf. Bemerkenswerter Weise scheint keine dieser Farben vor den anderen ausgezeichnet zu sein. Insbesondere spielen Weiß und Schwarz ihre spektrale Farbrolle genauso wie alle anderen Farben auch und können daher nicht einfach als An- oder Abwesenheit von Licht bzw. Helligkeit verstanden werden.

Übersicht gewinnen im Farbgewimmel

So ergreifend die Untersuchung der neuen prismatischen Spektren ist, so schnell geht die Übersicht verloren: Der ordentliche Farbkreis ist rasch gelernt, die unordentlichen bereiten aufgrund ihrer Vielzahl Schwierigkeiten. Noch bevor es überhaupt ans Erklären gehen könnte, falls das denn erwünscht sein sollte, beginnt die zu erklärende Ordnung zu entgleiten. Wittgenstein schlug in seinen „Philosophischen Untersuchungen“ für solche Fälle vor, über das genaue Beschreiben der unbestreitbaren Tatsachen hinaus eine praktikable Darstellungsform anzustreben: eine „übersichtliche Darstellung“. Nichts Hypothetisches solle in ihr liegen, nichts Verborgenes wäre durch sie beschrieben, keine Erklärung würde sie bieten. Auch dürfe sie durchaus nur eine unter weiteren, möglichen Ordnungen sein. Aber sie wäre eben eine Ordnung zu einem ganz bestimmten Zweck: Sie „vermittelt das Verständnis, welches eben darin besteht, dass wir die ›Zusammenhänge sehen‹“ (§ 122). Im besten Fall würde sich sogar denjenigen, die die übersichtliche Darstellung zu lesen vermögen, alles Wesentliche klar zeigen. Wonach es also zu suchen gilt, ist eine – im guten Wittgensteinschen Sinne – übersichtliche Darstellung *aller* spektralen Farbfolgen. Etwas, das es auf handliche Weise einfach machen würde, ihr Gewimmel zu überschauen, es sich zu merken oder doch zumindest in Erinnerung zu rufen.

Auf eine bereits bewährte Darstellung kann dabei zurückgegriffen werden: eben auf den Goetheschen Farbenkreis. Da dieser es nicht erlaubt, die beiden dort fehlenden Farben (Schwarz und Weiß) zu integrieren, muss er jedoch erweitert werden. Nur wie? Die hier vorgestellte Lösung besteht in einer dreidimensionalen Anordnung: Die acht Farben werden an die acht Ecken eines Würfels gesetzt. Diese Darstellung bietet u. a. folgende beiden Vorteile.

Erstens: Keine der Farben ist vor den anderen ausgezeichnet.

Und vor allem Zweitens: Man kann den Würfel so zu sich hin drehen, dass man genau und zentral auf eine der acht Ecken blickt. Dabei gruppieren sich die

übrigen sechs sichtbaren Ecken ganz von selbst zu einem farbigen Sechseck, das einem Farbkreis verblüffend ähnlich sieht.

Die Grundidee besteht also darin, den Würfel entsprechend des zu befragenden Kontrastes gerade so zu drehen, dass an dem sichtbar werdenden Sechseck die Farbfolge des jeweiligen Kontrastspektrums ablesbar wird.

Ausgehend von dem Farbkreis Goethes, der wünschenswerter Weise in zumindest einer der Würfelstellungen wie gewohnt erscheinen sollte, ergeben sich die in Abbildung 2 dargestellten vier Möglichkeiten einer Farbplatzierung. Allen vier Würfeln ist von vornherein gemeinsam, dass die paarweise komplementären Farben sich jeweils raumdiagonal gegenüberliegen. Zwei andere Aspekte sind es, hinsichtlich derer variiert werden kann: Es ist zu entscheiden, ob die zentrale Ecke weiß oder schwarz eingefärbt werden soll (linke Spalte vs. rechte Spalte), und ob die zentrale Ecke entlang ihrer zugehörigen Würfelkanten mit den drei hellen Eckfarben (Purpur-Gelb-Türkis) oder den drei dunklen Eckfarben (Rot-Grün-Blau) verbunden werden soll (obere Reihe vs. untere Reihe). Die sich in Abbildung 2 diagonal gegenüber liegenden Würfelvarianten sind dabei äquivalent. Sie können durch Umstülpen paarweise ineinander überführt werden, so wie es durch Umstülpen gelingt, einen Handschuh für die rechte Hand in einen Handschuh für die linke Hand zu „verwandeln“.

Die Varianten 2 und 3 ergeben unrealistische Farbwürfel, bei denen das Schwarz den hellen bunten Farben näher steht als den dunklen, bzw. Weiß den dunklen näher steht als den hellen. Beide werden daher zur Seite gelegt. Die Varianten 1 und 4 ergeben realistische Würfel, die sich auch aus einer Farbkugel (bspw. einer Art Runge-Kugel) herausgeschnitten denken lassen. (Beachte: Die gesättigten prismatischen Farben lägen bei einer solchen Kugel nicht auf dem Äquator, sondern teils unter und teils über ihm.) Im Folgenden verwende ich aus ästhetischen und praktischen Gründen Variante 1, wo in der abgebildeten „Goethe-Farbkreis-Stellung“ die weiße Ecke im Zentrum liegt. Ästhetisch, weil diese Figur als Ausgangsfigur herhaltend gerade das sog. Newtonspektrum abbilden soll, wo doch das Weiß als Figurfarbe im Zentrum des Kontrastes steht. Praktisch, weil die Benutzung eines ähnlichen Würfels längst etabliert ist: Ein Würfel mit genau gleicher Einfärbung an den Ecken wird als RGB-Modell z. B. bei der Kodierung von Bildschirmfarben in html benutzt.

Zwei notwendige Markierungen auf dem Farbwürfel

Bevor der Würfel zum vollen Einsatz kommt, erhält er noch zwei Markierungen:

Da jeweils eine der sechs Farben, die die Farbsechsecke bilden, in den tatsächlichen Spektren *nicht* sichtbar ist (vgl. Abb. 1), bedarf es eines Kriteriums, um beim Ablesen gerade diese überzählige Farbe bestimmen und anschließend ignorieren zu können. Ein solches Kriterium ergibt sich z. B. dadurch, dass der Würfel als von zwei senkrecht aufeinander stehenden Ebenen durchschnitten gedacht wird, wie es Abbildung 3 darstellt. Die Schnitte erzeugen zwei Rechtecke, auf deren Ecken einmal die von Ingo Nussbaumer beschriebenen vier *Bildfarben* (Schwarz, Purpur, Weiß und Grün) und andermal die vier *Glanzfarben* (Blau, Türkis, Gelb und Rot) sitzen. Zur weiteren Handhabung werden die vier Schnittlinien auf die Flächen des Würfels übertragen. Das ist die erste der beiden erforderlichen Markierungen.

Abbildung 4 zeigt den „neuen“ Würfel und die „neue“ Ansicht für die gewünschte Newtonsituation (weiße Figur in schwarzem Umfeld). Von dieser Ansicht kann sofort die Farbfolge des Newtonspektrums abgelesen werden, wenn diejenige Farbe, die der gerade sichtbaren und mit dem Kreuz gekennzeichneten Würfelfläche gegenübersteht (Purpur), gestrichen wird: Bei Rot beginnend wird *entgegen* dem Uhrzeigersinn über Grün nach Blau abgelesen (linksdrehend). Die Ableserichtung wird mit Pfeilen kenntlich gemacht. Konsequenterweise stimmt die „Ableserichtung“ mit der Richtung der im Versuch auftretenden prismatischen Verrückung des Kontrastes überein. Sie wird durch einen Blockpfeil hervorgehoben. Eine Drehung des Würfels um 180° , so dass Schwarz ins Zentrum gelangt, erlaubt das Ablesen der zur Newtonsituation komplementären Goethesituation (schwarze Figur in weißem Umfeld – vgl. Abb. 4). Da nun das Grün der gekennzeichneten Würfelfläche gegenübersteht, wird dieses gestrichen und es bleiben die bekannten Farben des sog. Goethespektrums. Die Ableserichtung hat sich allerdings geändert: Es muss nun *im* Uhrzeigersinn abgelesen werden (rechtsdrehend). Die zugehörige Ansicht in Abbildung 4 wurde dabei so gedreht, dass die Richtung der prismatischen Kontrastverrückung wieder entsprechend unserer Leserichtung nach rechts zeigt (Blockpfeil), was für das Ablesen nicht zwingend erforderlich ist.

Es zeigt sich, dass die Ableserichtung als eine Eigenschaft der Raumdiagonale des Würfels, die zwischen schwarzer und weißer Ecke verläuft, aufgefasst werden kann: Die Raumdiagonale ist ein Vektorpfeil, der in Richtung Weiß zeigt. Von der weißen Ecke aus betrachtet, d. h. mit Blick auf die Pfeilspitze, fordert er zu einem „linksdrehenden Ablesen“ auf, von der schwarzen Ecke aus, d. h. mit Blick auf den Pfeilschaft, zu einem „rechtsdrehenden Ablesen“ – ganz ähnlich der mathematischen Definition des Drehsinns von Vektorpfeilen. Zuletzt kann auch den übrigen drei Raumdiagonalen eine solche Vektoreigenschaft zugeordnet werden. Abbildung 3 zeigt das hochgradig symmetrische Ergebnis: Die vier Vektoren zeigen in Richtung Weiß, Rot, Grün und Blau. In der Physik werden üblicherweise Vektorpfeile, die senkrecht *aus* der Papier- oder Tafelenebene heraus zeigen, durch einen Punkt, und Vektorpfeile, die senkrecht *in* die Papier- oder Tafelenebene hinein zeigen, durch ein Kreuz markiert. Entsprechend sollten auf dem Farbwürfel die vier Ecken, in deren Richtungen die Vektorpfeile weisen, jeweils mit einem schwarzen Mittelpunkt versehen werden (weiße, rote, grüne und blaue Ecke) Das ist die zweite der beiden erforderlichen Markierungen. Durch Anwendung der *Rechte-Daumen-Regel* (Daumen der rechten Hand zeigt in Vektorpfeilrichtung, die übrigen Finger der rechten Hand umschließen diese und weisen in Drehrichtung) kann der jeweilige Drehsinn und somit die Ableserichtung rasch ermittelt werden.

Finale: Die Handhabung des Würfels

Mit dem markierten Farbwürfel in der Hinterhand und dem Wissen um die Ablesetechnik im Hinterkopf, können alle Farbfolgen der bei Nussbaumer beschriebenen Komplementärkontrastspektren ermittelt werden. Die Abbildungen 4 und 5 zeigen gemeinsam alle acht Fälle.

Die Ablesetechnik noch einmal im Schnelldurchlauf, und zwar anhand der paradigmatischen Newtonsituation (Abb. 4, mitte):

Schritt 1: Drehen Sie den Würfel so, dass die Ecke mit der Figurfarbe des Kontrastes (hier: Weiß) zu Ihnen zeigt – die Ecke mit der komplementären Farbe des Umfeldes (hier: Schwarz) ist dann nicht zu sehen. Um die zentrale Ecke herum sind jetzt sechs weitere Würfecken sichtbar, die eine Art „sechseckigen Farbkreis“ ergeben.

Schritt 2: Finden Sie die mit den Schnittlinien markierte Würfel­fläche (hier: die Fläche mit den Ecken in weiß, türkis, grün und gelb) und streichen Sie gedanklich diejenige Farbe, die im farbigen Sechseck dieser Fläche gegenüberliegt (hier: Purpur).

Schritt 3: Stellen Sie die Ableserichtung fest. Wenn die zentrale Ecke einen schwarzen Mittelpunkt besitzt, dann schauen Sie gerade direkt auf die Vektorpfeilspitze und sollten gemäß der Rechte-Daumen-Regel links herum, d. h. entgegen dem Uhrzeiger ablesen; zeigt die zentrale Ecke keinen schwarzen Mittelpunkt, dann schauen Sie auf den Vektorpfeilschaft und sollten rechts herum, d. h. mit dem Uhrzeiger ablesen (hier: zentrale Ecke in Weiß mit schwarzem Mittelpunkt, also links herum ablesen).

Schritt 4: Lesen Sie anhand der fünf übrig gebliebenen Farben des Sechsecks die Farbfolge ab (hier: die Farbfolge des Newtonspektrums – zuerst der rote und der gelbe Saum, dann die Zentralfarbe Grün und zum Schluss der türkise und der blaue Saum).

Die übrigen Würfelpositionen, nach denselben Anweisungen ausgelesen, „erzeugen“ die übrigen Farbfolgen der insgesamt acht prismatischen Vollspektren.

Der „Zauberwürfel“ erklärt letztlich nichts. Er kann aber als eine Erweiterung des Goetheschen Farbkreises aufgefasst werden. Allerdings nicht im Sinne einer Darstellung der Farbharmonien, wie es bspw. der Runge-Kugel gelingt, sondern als eine übersichtliche Darstellung der streng symmetrischen Verhältnisse an Komplementärkontrastspektren. Er eignet sich somit als Unterstützung der – hoffentlich experimentierfreudig betriebenen – Lektüre von Nussbauers Farbenlehrbuch zu den unordentlichen Spektren. Darüber hinaus, denke ich, bereitet er auch unter ästhetischen Gesichtspunkten Freude. Einfach so, als ein intellektuelles Spielzeug.

Apropos „intellektuell“: Es drängen sich durchaus noch Fragen auf: Dürfen wir uns auch die Würfel­flächen und -kanten eingefärbt vorstellen und falls ja, in welcher Weise? Falls wir prismatische Beobachtungen an weniger gesättigten Komplementärkontrasten anstellen wollten, könnten dann ähnliche Würfel ähnlich hilfreich sein? Gibt es neben den von Nussbaumer beschriebenen Spektren noch unordentlichere unordentliche Spektren? Probieren Sie es aus!



Ingo Nussbaumer
 „Zur Farbenlehre – Entdeckung der
 unordentlichen Spektren“

Edition Splitter, 2008.

Abbildungsunterschriften:

Abbildung 1: oben links – Komplementärkontrastvorlagen in Schwarz & Weiß für den Blick durchs Prisma und die beiden *ordentlichen* spektralen Farbfolgen; darunter – Legende der hier verwendeten Farbbezeichnungen; oben rechts – Bunte Komplementärkontrastvorlagen nach Nussbaumer für den Blick durchs Prisma und daneben die zugehörigen sechs *unordentlichen* spektralen Farbfolgen; unten – Goethes Farbkreis für die prismatischen Farberscheinungen am Kontrast von Schwarz & Weiß und daneben die drei Farbkreise für die übrigen drei Farbpaare: Grün & Purpur, Blau & Gelb, Rot & Türkis.

Abbildung 2: Die vier Möglichkeiten, alle acht Farben so an den Würfecken zu platzieren, dass in jeweils einer Ansicht Goethes Farbkreis erscheint.

Abbildung 3: links – Zwei Schnitte durch den Würfel, auf denen im einen Fall die vier Bildfarben und im andern die vier Glanzfarben liegen (im Vergleich zu Abbildung 2 wurde der Würfel gedreht); rechts – Die vier als Vektorpfeile aufgefassten Raumdiagonalen des Würfels.

Abbildung 4: links – Der „neue“ Würfel mit den notwendigen Markierungen; mittig – Die Ansicht des Würfels für die Newtonsituation nebst Ableserichtung; rechts – Die Ansicht für die Goethesituation nebst Ableserichtung.

Abbildung 5: Die übrigen sechs Würfelansichten für die bunten Komplementärkontraste und die zugehörigen unordentlichen spektralen Farbfolgen.

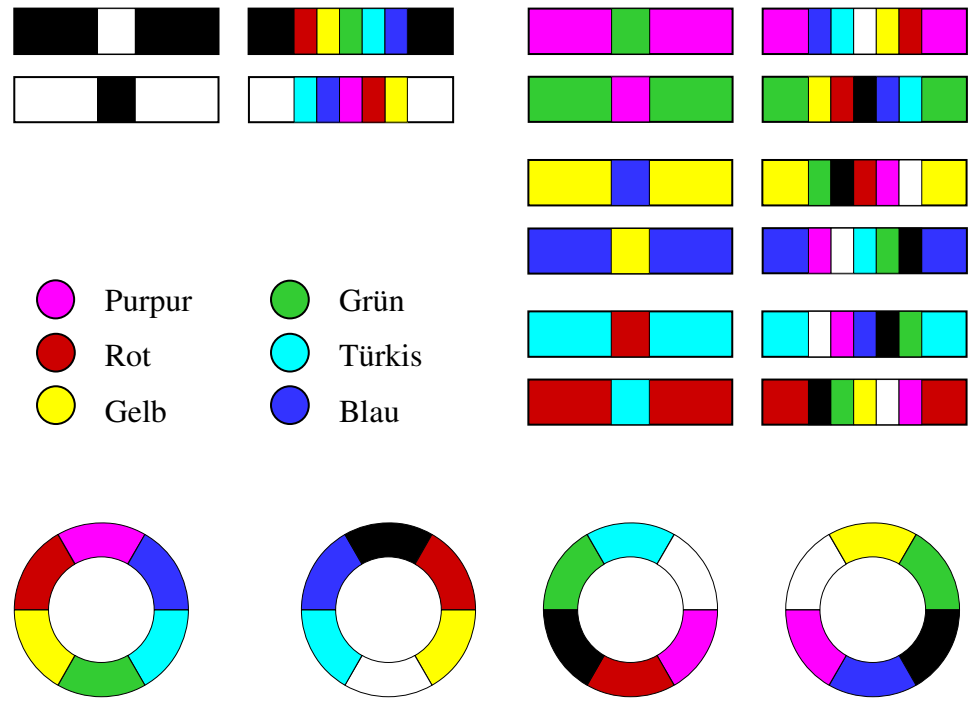
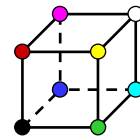
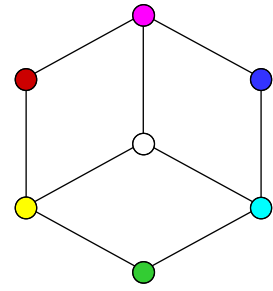
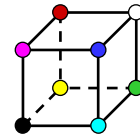
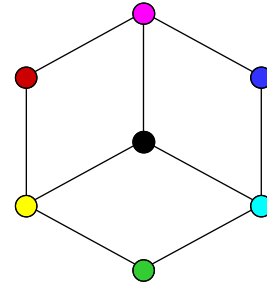


Abbildung 1

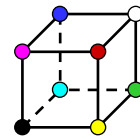
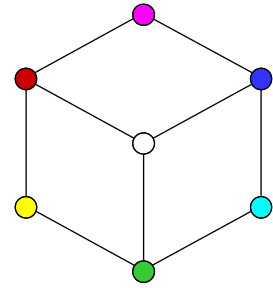
Variante 1



Variante 2



Variante 3



Variante 4

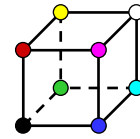
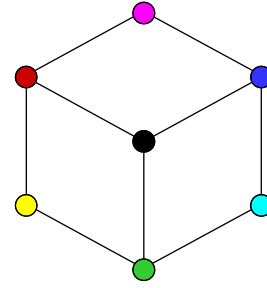


Abbildung 2

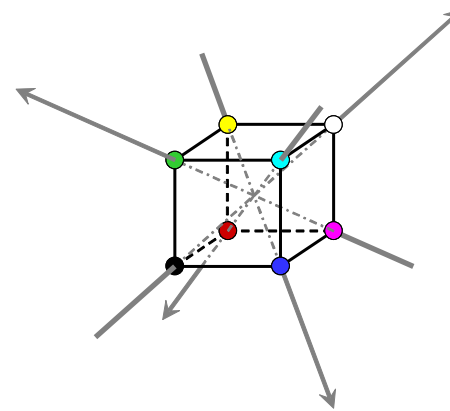
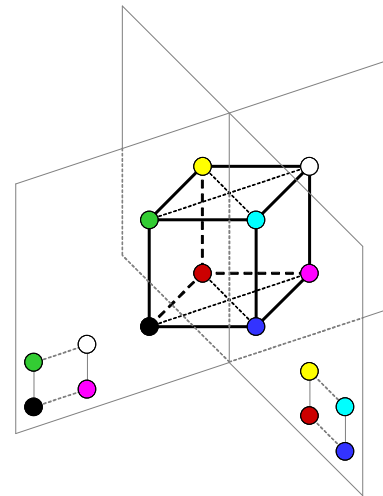


Abbildung 3

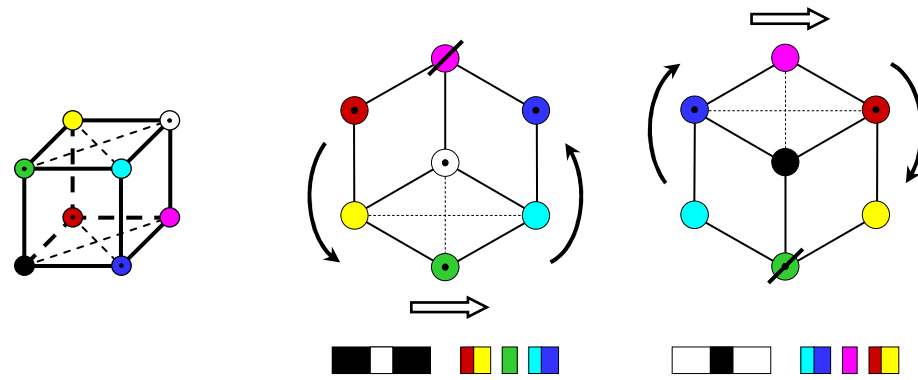


Abbildung 4

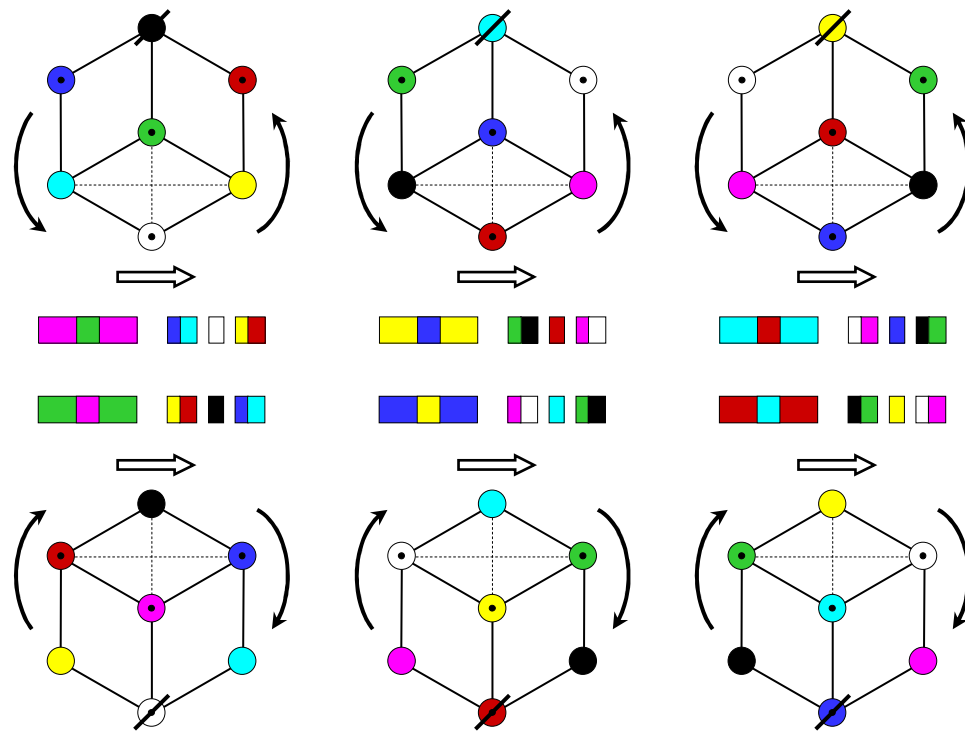


Abbildung 5